

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**14 februarie 2009**

**CLASA a VIII-a**

1. a) Arătați că  $(a^2 - a + 2)^2 \cdot (a^2 - a - 1) + 3a^2 - 3a + 5$  este cubul unui număr real, oricare ar fi  $a \in \mathbb{R}$ .  
b) Fie expresia:

$$E(x) = \left( \frac{3x+2}{3x^2+1} - \frac{18x^3-x-9}{9x^4-1} + \frac{3x-2}{3x^2-1} \right) : \frac{x^2+10x+25}{9x^4-1}$$

- i) Să se determine valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $E(x)$  are sens.  
ii) Să se aducă expresia  $E(x)$  la forma cea mai simplă.  
iii) Pentru ce valori întregi ale lui  $a$ ,  $E(a)$  este număr întreg?

2. Dimensiunile  $a, b, c$  ale unui paralelipiped dreptunghic verifică relația  $a \cdot b \cdot c = 1620$  și sunt proporționale cu numerele 3, 4 și 5. Calculați:

- a) Dimensiunile paralelipipedului  
b) Suma ariilor tuturor fețelor paralelipipedului și lungimea unei diagonale  
c) Distanțele de la vârfurile unei baze la o diagonală a paralelipipedului

3. Calculați valoarea expresiei:

$$E(a) = \frac{a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1}{a^4}, \text{ dacă } a + \frac{1}{a} = 3.$$

G.M.nr.7-8/2008

4. Fie  $M, N$  mijloacele muchiilor  $BC, DD'$  ale unui cub  $ABCD A'B'C'D'$  și notăm  $\{P\} = DM \cap AC$ ,  
 $\{Q\} = CN \cap DC'$ . Demonstrați că  $PQ \parallel (ABC)$ .  
 $RMT$

**Notă:**

- toate subiectele sunt obligatorii;
- timp de lucru: trei ore;
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7.